

# MATEMATIKA SZAKTANÁR RCL

(Emelt szintű érettségi felkészítésre **jogosító** középiskolai tanár)

## Zárószigorlati tétel

### Szakmai kérdések:

1. Algebrai struktúrák. Csoportok, gyűrűk, testek. Morfizmusok, részcsoporthok, részgyűrűk, résztestek, tulajdonságok. Lagrange-tétel, Cayley-tétel, véges Abel-csoportok alaptétele, véges testekre vonatkozó tételek.
2. Számelmélet. Prímszámok: a prímszámok eloszlása,  $4k \pm 1$  és  $6k \pm 1$  alakú prímekek, Dirichlet-tétel, Csebisev-tétel, ikerprímekek, prímszámtétel, Fermat-prímekek. Számelméleti függvények: osztók száma, osztók összege, Euler-függvény, Möbius-függvény, konvolúciósorzás és tulajdonságai.
3. Differenciálegyenletek. Differenciálegyenlet fogalma. Szeparábilis és arra visszavezethető differenciálegyenletek. Elsőrendű és másodrendű lineáris differenciálegyenletek. Konstans együtthatós homogén lineáris differenciálegyenletek megoldása.
4. Numerikus módszerek. Lineáris egyenletrendszer direkt megoldási módszerei. Lineáris egyenletrendszer iterációs megoldási módszerei. A függvényközelítés módszerei (interpoláció, legkisebb négyzetek módszere). Numerikus integrálás.
5. Többváltozós függvények differenciálhatósága. Parciális, irány menti derivált értelmezése, geometriai jelentése. Differenciálhatóság fogalma. Érintősík fogalma, meghatározása. Differenciálhatóság szükséges/elegendő feltétele. Műveleti tulajdonságok. Magasabbrendű deriváltak. Young tétele. Közéértéktételek. Taylor-formula. Lokális szélsőérték fogalma és létezésére vonatkozó szükséges és elégséges feltételek. Feltételes szélsőérték fogalma és szükséges feltétel létezésére.
6. Többváltozós függvények integrálhatósága. Vonalintegrál: definíció, úttól való függetlenség. Többváltozós primitív függvény fogalma, létezésére vonatkozó tétel. Kettős integrál fogalma. Műveleti tulajdonságok. Fubini-tétele. Kettős integrál kiszámítása korlátos halmazon, normál tartományon. Jordan-mérték. Kettős integrál alkalmazása terület, térfogat, tömeg, súlypont kiszámítására.
7. Komplex analízis. Komplex változós függvény deriválhatósága. Cauchy-Riemann feltételek. A deriválhatóság szükséges és elégséges feltétele. Holomorf függvények, egész függvények. A komplex  $\exp$ ,  $\log$ ,  $\sin$ ,  $\cos$  tulajdonságai. Komplex integrál definíciója, tulajdonságai. Komplex függvények primitív függvényének létezésének szükséges és elégséges feltételei. Newton-Leibniz formula komplex integrálokra. Cauchy-féle integráltétel és integrálformula és következményei.
8. Differenciálgeometria. Görbék simulósíkja, görbülete, torziója. Frenet formulák. Nevezetes görbék. Ezek alkalmazásai, részletezése, felületek alapvető tárgyalása.
9. Kombinatorikus és konvex geometria. Síkbeli Helly-tétel, alkalmazások. Happy End probléma, Sylvester-Gallai probléma, Dirac-Motzkin sejtés.
10. Valószínűségszámítás-statisztika: Valószínűségi mező. Diszkrét és folytonos valószínűségi változók, eloszlásfüggvény, sűrűségfüggvény. Várható érték, variancia, kovariancia, korreláció. Statisztikai alapfogalmak (alapsokaság, minta, változó). Pontbecslés,

konfidencia-intervallum, hipotézisvizsgálat, p-érték, szignifikanciaszint, t-próba,  $\chi^2$ -próba, lineáris regresszió, legkisebb négyzetek módszere.

### **Módszertani kérdések:**

1. Az emelt szintű érettségi megjelenése a köznevelés dokumentumaiban (NAT, kerettantervek, érettségi követelmények). Az emelt szintű érettségi szerkezete, elemei, lebonyolítása, értékelése.
2. Tehetséggondozás matematikából: a matematikai tehetség felismerése, a fejlesztés módszerei. differenciálási lehetőségek. Matematikai versenyek hagyományai, típusai, (különös tekintettel a KÖMAL-ra).
3. IKT eszközök használatának lehetősége és korlátjai a matematikai tehetséggondozásban és az emelt szintű érettségire való felkészítésben.
4. Érvelési, indoklási, bizonyítási típusok. Tételek és bizonyítások tanításának didaktikai kérdései.
5. A problémamegoldó gondolkodás fejlesztése, problémamegoldási stratégiák. Heurisztikus elvek, algoritmikus gondolkodás.
6. A matematikai analízis elemeinek tanítása.
7. A kerület, terület, felszín, térfogat tanítása emelt szinten.
8. Exponenciális és logaritmus függvények tanítása emelt szinten. Exponenciális és logaritmikus egyenletek.
9. Vektorok, analitikus geometria, trigonometria emelt szinten.
10. Gondolkodási módszerek tanítása emelt szinten: logika, kombinatorika, gráfok.
11. A valószínűségszámítás és statisztika tanítása emelt szinten.